1 Rutschbahn

Die Lösung der Aufgabe ist in mehrere Abschnitte unterteilt: Als erstes werden die Zeiten und Momentangeschwindigkeiten in den Punkten B und D berechnet, darauf folgen die Zeiten und Momentangeschwindigkeit(en) im Punkt C. Schließlich wird an Hand der ermittelten Werte das Diagramm gezeichnet und die Zeitdifferenz Δt abgelesen.

1.1 Zeit t_B und Momentangeschwindigkeit v_B im Punkt B

Bewegungsgleichungen für die geradlinige Bewegung mit konstanter Beschleunigung a ohne Anfangsgeschwindigkeit:

$$x\,(t) = \frac{a}{2}\,t^2 \tag{1}$$

$$v^2\,(x) = 2\,a\,x \tag{2}$$

Mit dem *2. Gesetz von Newton* kann die Beschleunigung a_B berechnet werden:

$$a_B = \frac{F_H}{m} = \frac{F_G\,\sin\alpha}{m} = \frac{mg\,\sin\alpha}{m} = g\,\sin\alpha$$

Da nun sowohl die Beschleunigung $a_B = g\,\sin\alpha$, als auch der Ort $x\,(t_B) = h = 1$ m bekannt ist, kann (**??**) nach t_B umgestellt werden:

$$t_B = \sqrt{\frac{2\cdot x\,(t_B)}{a_B}} \approx \underline{772\,\mathrm{msec}}$$

Durch (**??**) ergibt sich für die Momantangeschwindigkeit v_B:

$$v_B = \sqrt{2\,a_B\,h} \approx \underline{2.59\ \mathrm{m/s}}$$

1.2 Zeit t_D und Momentangeschwindigkeit v_D im Punkt D

Die Beschleunigung a_D ist beim freien Fall dem Ortsfaktor g gleich. Analog zu Abschnitt **??** gilt somit:

$$t_D = \sqrt{\frac{2\cdot x\,(t_D)}{a_D}} \approx \underline{452\,\mathrm{msec}}$$

$$v_D = \sqrt{2\,a_D\,h} \approx \underline{4.43\ \mathrm{m/s}}$$

1.3 Zeit t_{BC} und Momentangeschwindigkeit v_{BC} im Punkt C

Die Bezeichnung „störungsfrei umleiten“ wird von mir so interpretiert, dass während des Falls der beiden Körper kein Energieverlust auftritt[1]. Dadurch lassen sich die Zeit t_{BC} und die Momentangeschwindigkeit v_{BC} mit den *Bewegungsgleichungen für die geradlinige Bewegung mit konstanter Beschleunigung a und der Anfangsgeschwindigkeit v_0* berechnen.

$$x\,(t) = v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2 \tag{3}$$

$$v\,(t) = v_0 + a\,t \tag{4}$$

[1] In der Realität würde beim Umlenken ein Teil der Energie der Körper an die Kurvenstücke abgegeben werden.

Da der Ort $x\,(t_{BC}) = h = 1$ m, die Anfangsgeschwindigkeit $v_{0,BC} = v_B \approx 2.59$ m/s und die Beschleunigung $a_{BC} = g$ (freier Fall) bekannt sind, erhält man durch Umstellen von (**??**) für die Zeit t_{BC} ein Polynom 2. Grades, welches mit der Lösungsformel gelöst werden kann:

$$\frac{1}{2}\, a_{BC}\, t_{BC}^2 + v_{0,BC}\, t_{BC} - x\,(t_{BC}) = 0$$

$$\Leftrightarrow\; t_{BC} \approx \underline{259 \text{ msec}}$$

Für die Momentangeschwindigkeit v_{BC} ergibt sich durch (**??**):

$$v_{BC} = v_{0,BC} + a_{BC}\, t_{BC} \approx \underline{5.13 \text{ m/s}}$$

1.4 Zeit t_{DC} und Momentangeschwindigkeit v_{DC} im Punkt C

Analog zu Abschnitt **??** ist die Beschleunigung $a_{DC}\; g\, \sin\alpha$. Die Anfangsgeschwindigkeit $v_{0,DC}$ ist die Momentangeschwindgkeit im Punkt D, also $v_D \approx 4.43$ m/s. Analog zu Abschnitt **??** gilt für die Zeit t_{DC} und für die Momentangeschwindigkeit v_{DC}:

$$\frac{1}{2}\, a_{DC}\, t_{DC}^2 + v_{0,DC}\, t_{DC} - x\,(t_{DC}) = 0$$

$$\Leftrightarrow\; t_{DC} \approx \underline{209 \text{ msec}}$$

und

$$v_{DC} = v_{0,DC} + a_{DC}\, t_{DC} \approx \underline{5.13 \text{ m/s}}$$

1.5 Die Gesamtzeiten t_{ABC} und t_{ADC}, das Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm und die Zeitdifferenz Δt

Die für den gesamten Fall benötigten Gesamtzeiten t_{ABC} und t_{ADC} ergeben sich aus den Zeiten der Zwischenstücke:

$$t_{ABC} = t_B + t_{BC} = 1031 \text{ msec}$$

$$t_{ADC} = t_D + t_{DC} = 661 \text{ msec}$$

Die Körper kommen also zu unterschiedlichen Zeiten im Punkt C an.

Das Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm erhält man, indem man die oben berechneten Werte der Momentangeschwindigkeiten und Zeiten einzeichnet und die Punkte durch Linien miteinander verbindet[2] (vgl. Abb. **??**).

Die Zeitdifferenz Δt entspricht im Diagramm dem Abstand zwischen den beiden obersten Punkten, also den beiden Punkten die auf der 5.13 m/s-Linie liegen. Somit beträgt die Zeitdifferenz Δt <u>370 msec</u>.

1.6 Überprüfung der Ergebnisse

In Abschnitt **??** wurde bereits erwähnt, dass die Bezeichnung „störungsfrei umleiten“ von mir so interpretiert wird, dass während des Falls der beiden Körper kein Energieverlust auftritt. Weil beide Körper im Punkt A die selbe Lageenergie $E_L = m \cdot h \cdot g$ besitzen[3], müssen sie im Punkt C die selbe Bewegungsenergie $E_B = \frac{1}{2}\, mv^2$ besitzen. D.h. die Momentangeschwindigkeit v beider Körper im Punkt C muss gleich groß sein. Genau das ist der Fall, denn beide Körper haben im Punkt C die Momentangeschwindigkeit $v = 5.13$ m/s.

[2] Die Teilabschnitte AB, BC, AD und DC sind jeweils *lineare Funktionen*, weil sich bei einer konstanten Beschleunigung die Geschwindigkeit linear vergrößert.

[3] Die Masse m und der Höhenunterschied h sind laut Aufgabenstellung identisch.

Abbildung 1: Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm

2 Feinsicherungen

a) Parallelschaltung von zwei Drähten

Abbildung 1: Schaltung der beschriebenen Feinsicherung mit zwei Drähten

Für eine Parallelschaltungen von zwei Widerständen*[1] [2] gilt:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \tag{1}$$

Für den Widerstand R_1 bzw. R_2 der beiden Sicherungen bzw. Widerstände* gilt:

$$R_{1/2} = \varrho \cdot \frac{l}{A} \tag{2}$$

Weil die Querschnittsfläche A eines Drahtes $r^2\pi$ bzw. $(\frac{d}{2})^2\pi$ beträgt, ergibt sich für die Widerstände der beiden Sicherungen:

$$R_1 = \frac{\varrho \cdot l}{0.0225\ \mathrm{mm}^2 \cdot \pi}$$
$$R_2 = \frac{\varrho \cdot l}{0.09\ \mathrm{mm}^2 \cdot \pi}$$

Wenn man diese beiden Werte in (**??**) einsetzt erhält man durch Kürzen[3] das Verhältnis der Stromstärken der beiden Widerstände* bzw. Sicherungen:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{0.0225\ \mathrm{mm}^2 \cdot \varrho \cdot l}{0.09\ \mathrm{mm}^2 \cdot \varrho \cdot l} = \frac{1}{4}$$

Wenn nun 1.8 A durch die 1.8 A-Sicherung fließen, beträgt die Stromstärke der 5 A-Sicherung $1.8\ \mathrm{A} \cdot 4 = 7.2\ \mathrm{A}$, was bedeutet, dass die 5 A-Sicherung bereits durchgebrannt ist, bevor die Stromstärke der 1.8 A-Sicherung den Wert 1.8 erreicht. D.h. die 5 A-Sicherung muss vor der 1.8 A-Sicherung durchbrennen. Sobald die 5 A-Sicherung durchgebrannt ist, fließt der gesamte Strom durch die 1.8 A-Sicherung, weshalb sofort nach dem Druchbrennen der 5 A-Sicherung auch die 1.8 A-Sicherung durchbrennt. Wegen der *1. Kirchhoff-Regel*[4] genügt also eine Gesamtstromstärke I von $I_1 + I_2 = 5\ \mathrm{A} + \frac{1}{4} \cdot 5\ \mathrm{A} = \underline{6.25\ \mathrm{A}}$, damit die gesamte Sicherung durchbrennt.

b) Parallelschaltung von 21 Drähten

Abbildung 2: Schaltung der beschriebenen Feinsicherung mit 21 Drähten

Auf Grund der *2. Kirchhoff-Regel* sind in der beschriebenen Parallel-Schaltung alle 21 Teilspannungen an den Widerständen* gleich groß. Die Stromstärke der 5 A-Sicherung R_1 sei I_1, die Stromstärke der restlichen 1.8 A-Sicherungen R_2 bis R_{21} sei I_2 [5]. Analog zu a) gilt demnach also:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{0.09\ \mathrm{mm}^2 \cdot \varrho \cdot l}{0.0225\ \mathrm{mm}^2 \cdot \varrho \cdot l} = \frac{4}{1}$$

[1] Die Drähte der Feinsicherungen können als Widerstände* angesehen werden.

[2] Weil das deutsche Wort *Widerstand* zweideutig ist, ist es mit einem Sternchen versehen, wenn es dem englischen Wort *resistor* entspricht. Ist mit *Widerstand* der englische Begriff *resistance* gemeint, steht *Widerstand* ohne Sternchen.

[3] Weil laut Aufgabenstellung die Drahtlänge l bei beiden Drähten gleich groß ist und beide Drähte aus dem gleichen Material bestehen, ist auch der spezifische Widerstand ϱ bei beiden Drähten gleich groß.

[4] *1. Kirchhoff-Regel*: In einem Verzweigungspunkt ist die Summe der Stromstärken der hinfließenden Ströme (hier: Gesamtstromstärke I) der Summe der Stromstärken der wegfließenden Ströme (hier: $I_1 + I_2$) gleich.

[5] Die Stromstärken der Widerstände* R_2 bis R_{21} sind gleich groß, weil die Teilspannungen an den Widerständen* gleich groß sind und weil die Widerstände* R_2 bis R_{21} den selben Durchmesser d_1 haben, gleich lang sind und aus dem selben Material bestehen.

Weil das Verhältnis der Stromstärken genauso groß wie in a) ist und weil wieder 1.8 A- und 5 A-Sicherungen verwendet wurden, brennt auch hier zuerst die 5 A-Sicherung durch. Nachdem die 5 A-Sicherung durchgebrannt ist, ist die Stromstärke der 1.8 A-Sicherungen I_2 jedoch $\frac{1}{20}\,I = \frac{1}{20}\cdot 6\cdot 5\text{ A} = 1.5\text{ A}$, was bedeutet, dass die 1.8 A-Sicherung nicht durchbrennt. Damit also neben der 5 A-Sicherung auch die 1.8 A-Sicherung durchbrennt, ist eine Gesamtstromstärke I von $20\cdot 1.8\text{ A} = \underline{36\text{ A}}$ nötig.

3 Barometer

Der Schweredruck am Boden einer Flüssigkeit lässt sich durch die Dichte ρ und die Höhe der darüberliegenden Füssigkeitssäule H oder durch die Querschnittsfläche der Flüssigkeitssäule $A_{Säule}$ und die Masse der darüberliegenden Flüssigkeitssäule m berechnen:

$$p_{Schwere} = \rho\, g\, H \tag{1}$$

$$p_{Schwere} = \frac{mg}{A_{Säule}} \tag{2}$$

Beide Formeln gelten auch für eine Gassäule.

In einem Quecksilberbarometer sind der Gesamtschweredruck am Boden der Quecksilbersäule $p_{Gesamt,Hg}$ und der atmosphärische Druck p_{atm} immer gleich groß. In einem nicht-defekten Quecksilberbarometer ist die Masse des Raumes über der Quecksilbersäule 0, da der Raum über der Quecksilbersäule evakuiert ist. D.h.

$$p_{Gesamt,Hg} = p_{atm} = \rho\, g\, H_{Hg} = \frac{m_{Hg} \cdot g}{A_{Säule}}$$

In dem beschriebenen defekten Barometer ist der Raum über der Quecksilbersäule jedoch mit einer Luftblase gefüllt[1], also kein Vakuum. Für den Gesamtschweredruck $p_{Gesamt,Hg}$ ergibt sich also:

$$\begin{aligned} p_{atm} = p_{Gesamt,Hg} = \quad & \tfrac{g\left(m_{Hg}+m_{Luft}\right)}{A_{Säule}} \\ & \tfrac{m_{Hg}\cdot g}{A_{Säule}} + \tfrac{m_{Luft}\cdot g}{A_{Säule}} \\ & p_{Hg,Boden} + p_{Luft,Boden} \end{aligned}$$

$p_{Hg,Boden}$ ist der Schweredruck am Boden der Quecksilbersäule, der alleine durch das Quecksilber verursacht wird; $p_{Luft,Boden}$ ist der Schweredruck am Boden der Luftblase, also direkt über der obersten Fläche der Quecksilbersäule. Durch (**??**) erhält man:

$$p_{atm} = \rho_{Hg} \cdot g \cdot H_{Hg} + \rho_{Luft} \cdot g \cdot H_{Luft} \tag{3}$$

Zum Zeitpunkt des Eindringens der Luftblase in das Barometer sind der atmosphärische Druck $p_{atm,0}$, die Höhe der Quecksilbersäule $H_{Hg,0}$ und die Höhe der Luftblase $H_{Luft,0} = L - H_{Hg,0}$ bekannt. Die Dichte des Quecksilbers ρ_{Hg} beträgt 13.6 g/cm^3 [2]. Somit sind alle in (**??**) vorkommenden Komponenten außer der Dichte der Luftblase $\rho_{Luft,0}$ bekannt. Durch Umstellen von (**??**) erhält man für $\rho_{Luft,0}$:

$$\rho_{Luft,0} = \frac{p_{atm,0} - \rho_{Hg} \cdot g \cdot H_{Hg,0}}{H_{Luft,0} \cdot g} \tag{4}$$

Da $m_{Luft} = \rho_{Luft,0} \cdot H_{Luft,0} \cdot A_{Säule}$ gilt, ergibt sich für m_{Luft}:

$$m_{Luft} = \frac{A_{Säule} \cdot (p_{atm,0} - \rho_{Hg} \cdot g \cdot H_{Hg,0})}{g} \tag{5}$$

Wenn man (**??**) in (**??**) einsetzt, erhält man für den atmospährischen Druck $p_{atm,1}$:

$$p_{atm,1} = \rho_{Hg} \cdot g \cdot H_{Hg,1} + \frac{m_{Luft} \cdot g}{A_{Säule}}$$

[1] Luft ist leichter als Quecksilber, weshalb die Luftblase nach oben steigt.

[2] Die Veränderung der Dichte des Quecksilbers bei einer in der Natur realistischen Druck- oder Temperaturveränderung ist so gering, dass sie vernachlässigbar ist. Die Veränderung der Dichte der Luftblase ist jedoch jedoch wesentlich größer, weshalb sie nicht vernachlässigbar ist.

Durch Einsetzen von (**??**) ergibt sich:

$$p_{atm,1} = \underbrace{\rho_{Hg} \cdot g \cdot H_{Hg,1}}_{p_{Hg,1}} + \underbrace{p_{atm,0} - \rho_{Hg} \cdot g \cdot H_{Hg,0}}_{p_{Luft,1}}$$

Durch Ausklammern von $\rho_{Hg} \cdot g$ erhält man:

$$p_{atm,1} = p_{atm,0} + \rho_{Hg} \cdot g \cdot (H_{Hg,1} - H_{Hg,0}) \tag{6}$$

$$p_{atm,1} \approx p_{atm,0} + 134 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^3} \cdot (H_{Hg,1} - H_{Hg,0})$$

Mit den in der Aufgabenstellung verwendeten Variablennamen ergibt sich:

$$p_1 \approx p_0 + 134 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^3} \cdot (H_1 - H_0)$$

4 Schatten

4.1 Erklärung des Effektes

Die Lichtstrahlen der Sonne erzeugen auf der Erde zwei Schattenarten: *Kernschatten* und *Übergangsschatten*. Der Kernschatten entsteht, weil die Sonne endlich groß ist; die beiden Übergangsschatten entstehen, weil die Sonne eine ausgedehnte Lichtquelle ist. Um die geometrischen Konstruktionen jedoch nicht unnötig kompliziert zu gestalten, wird die Sonne im folgenden Text durch zwei Lichtquellen, die sich am Rand der Sonne befinden und sich gegenseitig genau gegenüberliegen, dargestellt. Dadurch ergeben sich an Stelle von zwei Übergangsschatten zwei *Halbschatten*.

Die geometrische Konstruktion des Kernschattens und der Halbschatten sieht wie folgt aus:

Abbildung 1: Konstruktion der Schatten

Abbildung 2: Konstruktion bei kleinerem Abstand zwischen Objekt und Bildschirm

Finger und Karte sind in den Abbildungen gleich groß.

Man stelle sich nun vor, dass man den Bildschirm horizontal verschieben kann (alle anderen Objekte sollen fixiert sein !). Der Kernschatten des Fingers bzw. der Karte läuft nach rechts (vgl. Abb. **??** und Abb. **??**) spitz zu, d.h. wenn man den Bildschirm nach rechts schiebt, wird der dunkle Kernschatten immer kleiner. Die beiden Halbschatten laufen nach rechts hin auseinander, d.h. wenn man den Bildschirm nach rechts schiebt, wird der Halbschatten immer größer. Es gilt demnach also:

Je größer der Abstand zwischen Objekt und Bildschirm ist,
desto kleiner ist der Kernschatten dieses Objektes und
desto größer sind die Halbschatten dieses Objektes.

In der gestellten Aufgabe handelt es sich nun jedoch um zwei verschieden große Objekte (Karte und Finger). Die Größe des jeweiligen Kernschattens ist in diesem Fall von der Größe des jeweiligen Objektes abhängig. *Die Größe der Halbschatten ist allerdings von der Größe der Objekte vollkommen unabhängig*[1]. Diesen Effekt kann man sich mit Hilfe der Abbildungen **??** und **??** leicht klar machen: Die Größe bzw. Höhe der Karte beinflusst lediglich die Lage des Halbschattens, nicht aber die Größe. Auch die Realität bestätigt diese Überlegung: Wenn man seine Hand mit ausgestrecktem Zeigefinger gegen die Sonne hält, ist der Übergangsschatten der Handfläche genauso groß wie der Übergangsschatten des Zeigefingers. Das bedeutet, dass die Größe des Übergangs- bzw. Halbschattens ausschließlich vom Abstand des Objektes zum Bildschirm abhängig ist. Übertragen auf die gestellte Aufgabe gilt also:

Der Übergangs- bzw. Halbschatten des Fingers ist
größer als der Übergangs- bzw. Halbschatten der Karte.

Man stelle sich nun vor, dass man Abb. **??** vertikal nach unten, also Richtung Abb. **??** schieben kann[2]. Irgendwann werden sich die beiden vertikal übereinander liegenden Halb- bzw. Übergangsschatten treffen und sich zum Teil überlagern. Wenn sich zwei Halbschatten überlagern entsteht ein Kernschatten, wenn sich zwei Übergangsschatten überlagern entsteht jedoch nicht zwangsläufig ein Kernschatten, weil ja die Helligkeit innerhalb des Übergangsschattens nicht gleich ist[3]. Aus diesem

[1]Insofern die Objekte selbst nicht so klein sind, dass kein Schatten mehr sichtbar ist.
[2]Diese Bewegung entspricht der „Verringerung des vertikalen Abstandes zwischen dem Finger und der Karte“.
[3]Der Übergang vom dunklen zum hellen Bereich ist fließend.

Grund ist von nun an die Vereinfachung durch den Halbschatten nicht mehr zulässig. Wenn sich nun also die beiden Übergangsschatten treffen, überlagern sich zunächst nur die jeweils äußersten, also sehr hellen, Bereiche. Diese Überlagerung ist noch nicht dunkel genug, als dass sie vom menschlichen Auge ohne Hilfsmittel wahrgenommen werden könnte. Erst *wenn der vertikale Abstand zwischen Finger und Karte so klein ist, dass der Übergangsschatten des Fingers den Kernschatten der Karte berührt*, wird die Überlagerung der beiden Übergangsschatten für den Menschen sichtbar, weil sich der sehr dunkle Bereich des Übergangsschattens der Karte und der sehr helle Bereich des Übergangsschattens des Fingers überlagern. Zudem überlagern sich in diesem Fall auch der relativ dunkle Bereich des Übergangsschattens der Karte und der relativ helle Bereich des Übergangsschattens des Fingers, was auch zu einer sichtbaren Überlagerung führt. Die Helligkeiten sind also an jeder Stelle der Überlagerung genau entgegengesetzt, was bedeutet, dass sobald ein Teil der Überlagerung an einer Stelle sichtbar ist die gesamte Überlagerung sichtbar sein muss.

Wenn der Übergangsschatten des Fingers den Kernschatten der Karte gerade so berührt, ist der Übergangsschatten der Karte vollständig vom Übergangsschatten des Fingers überdeckt; der Übergangsschatten des Fingers macht also den gesamten Übergangsschatten der Karte sichtbar. Der Übergangsschatten des Fingers ist jedoch nicht vollständig vom Übergangsschatten der Karte überdeckt, da ja der Übergangsschatten des Fingers größer als der der Karte ist (vgl. oben). D.h. der Übergangsschatten der Karte macht nur einen Teil des Übergangsschattens des Fingers sichtbar, ein Teil des Übergangsschattens des Fingers bleibt nach wie vor unsichtbar. Genau diese Überlegung erklärt, warum bei der Annäherung des Fingers an die Karte eine kleine Spitze am Rand des Karten-Schattens entsteht: *Der gesamte Übergangsschatten der Karte wird durch das Annähern des Fingers sichtbar, aber nur ein Teil des Übergangsschattens des Fingers wird sichtbar. Dieser sichtbare Teil befindet sich direkt am Rand des Kernschattens der Karte. Am Kernschatten des Fingers befindet sich der nach wie vor der unsichtbare Übergangsschatten des Fingers:*

Abbildung 3: Überlagerung der Übergangsschatten

Wenn man nun den Finger noch näher an die Karte bringt, bleibt die Überlagerung der Übergangsschatten zunächst gleich groß, weil ja nach wie vor der gesamte Übergangsschatten der Karte überlagert wird.

Erst wenn der Kernschatten des Fingers auf den Übergangsschatten der Karte trifft, verfließen der Kernschatten des Fingers und das „entgegengewachsene Schattenstückchen“ ineinander.

Anmerkung: Die Aufgabe wurde absichtlich alleine an Hand von Überlegungen und mit möglichst wenig Geometrie bzw. Mathematik erklärt. Auch wenn es sicherlich einfacher ist, eine geometrische Figur zu zeichnen und die Lösung der Mathematik zu überlassen, so ist eine Lösung, die ausschließlich aus Gedanken und Überlegungen besteht, meiner Meinung nach wesentlich schöner. Zusätzlich bestehen meine Lösungen der restlichen Aufgaben fast nur aus Mathematik, weshalb ich in dieser Aufgabe ein wenig mehr auf die Physik eingehen wollte.

4.2 Berechnung der Winkelausdehnung der Sonne

Abbildung 4: Konstruktion zur Bestimmung der Winkelausdehnung α

Abb. 4 enthält den Winkel α an an jeder Überkreuzung zweier Rand-Lichtstrahlen, da die Achse durch die Mitte der Sonne (in der Abbildung hellgrau) in Wirklichkeit durch jeden Schnittpunkt zweier Rand-Lichtstrahlen verläuft[4]. Der Punkt S ist einer der Schnittpunkte zweier Rand-Lichtstrahlen und somit ist der Winkel $\angle BSA$ einer der Winkel, deren Größe α beträgt.

[4]Der Abstand zwischen den Schnittpunkten zweier Rand-Lichtstrahlen liegt im cm-Bereich, der Abstand zwischen

Abbildung 5: Vergrößerter Ausschnitt aus Abb. 4

Unter diesen Voraussetzungen lässt sich der Winkel $\angle BSA = \alpha$ in der Figur von Abb. 5 durch Anwendung der Winkelfunktionen berechnen:

$$\tan\beta = \frac{2 \cdot \overline{BC}}{\overline{AB}}$$

$$\alpha = 180^\circ - 2\,\beta$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 180^\circ - 2 \cdot \arctan\left(\frac{2 \cdot \overline{BC}}{\overline{AB}}\right)$$

Dem Abstand $\overline{BC}$ entspricht der Abstand zwischen Bildschirm und Karte. Dem Abstand $\overline{AB}$ entspricht die Höhe der Überlagerung der beiden Übergangsschatten. Von mir durchgeführte Messungen ergaben folgende Wertetabelle:

$\overline{BC}$ in mm	150	200	250	300	350	400
$\overline{AB}$ in mm	1.3	2	2.5	2.8	3.3	3.7
α in '	28.4	32.7	32.7	30.6	30.9	30.4

Der Mittelwert der α-Werte ist $30.95'$. Ich schätze deshalb die Winkelausdehnung der Sonne α auf $\approx 30' = 0.5^\circ$.

Marcel Schmittfull, Juli 2002

Erde Sonne beträgt ca. $150 \cdot 10^6$ km. Demnach ist der Abstand zwischen den Schnittpunkten zweier Rand-Lichtstrahlen hier vernachlässigbar.